

## ПРИМЕНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ЗАКОНА ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА В ПК ЛИРА-САПР НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

У.М. Махмадиев

Таджикский технический университет имени академика М.С.Осими

В статье представлены результаты численного исследования деформирования бетонных призм при статическом нагружении. На основе экспериментальных данных построена усреднённая полиномиальная зависимость, описывающая диаграмму деформирования бетона. С использованием полученной аппроксимационной функции сформирована таблица значений напряжений и соответствующих относительных деформаций, применённая для задания закона деформирования бетона в ПК ЛИРА-САПР 2022 в виде кусочно-линейной зависимости (закон 14). Выполнено конечно-элементное моделирование бетонной призмы с использованием объёмных конечных элементов с учётом физической нелинейности материала и пошагового приложения нагрузки. Проведено сопоставление результатов численного моделирования с экспериментальными данными, которое показало удовлетворительное согласование полученных зависимостей «напряжение–деформация».

**Ключевые слова:** бетон, бетонная призма, диаграмма деформирования, полиномиальная аппроксимация, численное моделирование, метод конечных элементов, кусочно-линейная зависимость.

## ИСТИФОДАИ ҚОНУНИЯТИ ШАКЛТАҒИРИИ ҒАЙРИХАТИИ БЕТОН ДАР БАРНОМАИ КОМПЮТЕРИИ ЛИРА-САПР ДАР АСОСИ НАТИҶАҶОИ ТАДҚИҚОТИ ТАҶРИБАВӢ

У.М. Махмадиев

Дар мақола натиҷаҳои тадқиқоти адабии шаклтағирии призмҳои бетонӣ ҳангоми боргузории статикӣ пешниҳод шудааст. Дар асоси маълумоти тадқиқоти таҷрибавӣ вобастагии полиномиалии миёнакардашуда сохта шуда, диаграммаи шаклтағирии бетонро тавсиф менамояд. Бо истифода аз функсияи аппроксиматсионии ҳосилшуда чадвали қиматҳои шиддатҳо ва деформатсияҳои нисбии мувофиқ тартиб дода шуд, ки барои таъини қонуни шаклтағирии бетон дар барномаи компютерии ЛИРА-САПР 2022 дар шакли вобастагии порчагӣ-хаттӣ (қонуни 14) истифода гардид. Моделсозии адабии призмаи бетонӣ бо истифода аз унсурҳои ниҳои ҳаҷмӣ бо дарназардошти ҳосияти физикии ғайрихатии масолах ва татбиқи марҳила ба марҳила гузоштани бор иҷро гардидааст. Натиҷаҳои моделсозии адабӣ бо маълумотҳои таҷрибавӣ муқоисаи карда шуд, ки мувофиқати қаноатбахши вобастагии ҳосилшудаи «шиддат- шаклтағирий»-ро нишон дод.

**Калидвожаҳо:** бетон, призмаи бетонӣ, диаграммаи шаклтағирий, аппроксиматсияи полиномиалӣ, моделсозии адабӣ, усули унсурҳои ниҳой, вобастагии порчагӣ-хаттӣ.

## APPLICATION OF NONLINEAR LAW OF CONCRETE DEFORMATION IN LIRA- SAPR PC BASED ON RESULTS OF EXPERIMENTAL STUDIES

U.M. Mahmadiyev

The article presents the results of a numerical study of the deformation of concrete prisms under static loading. On the basis of experimental data, an average polynomial dependence was constructed that describes the diagram of concrete deformation. Using the obtained approximation function, a table of stress values and corresponding relative deformations is formed, used to set the law of concrete deformation in the LIRA-CAD 2022 PC in the form of a piecewise linear dependence (law 14). Finite element modeling of the concrete prism was performed using three-dimensional finite elements, taking into account the physical nonlinearity of the material and the step-by-step application of the load. The results of numerical modeling were compared with experimental data, which showed satisfactory coordination of the obtained stress-strain relationships.

**Keywords:** concrete, concrete prism, deformation diagram, polynomial approximation, numerical modeling, finite element method, piecewise linear dependence.

### Введение

Численный анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) железобетонных элементов в нелинейной постановке, а также учет нелинейного деформирования анизотропных материалов (в частности бетона, из которого изготовлены конструкции) представляет собой актуальную научно-техническую задачу [4].

Настоящее исследование развивает результаты работ [1–2, 11], в которых были определены физико-механические характеристики бетонной смеси и проведены экспериментальные исследования бетонных образцов. В рамках данной статьи выполнено численное моделирование работы бетонной призмы, а на основе экспериментальных данных определены параметры закона деформирования бетона для задания физической нелинейности материала в ПК ЛИРА-САПР 2022.

Одним из эффективных методов оценки достоверности результатов экспериментальных исследований является численное моделирование, выполняемое с применением современных программных комплексов. При расчёте строительных конструкций и решении инженерных задач

данный подход получил широкое распространение благодаря развитию и внедрению специализированных расчётных программных комплексов, в числе которых ANSYS, ABAQUS, SCAD Office, SAP2000, ETABS, ЛИРА-САПР и др. [5–9].

Согласно п. 6.1.19 СП 63.13330.2018, расчет железобетонных элементов выполняется по применению диаграммы состояния бетона по нелинейной деформационной модели.

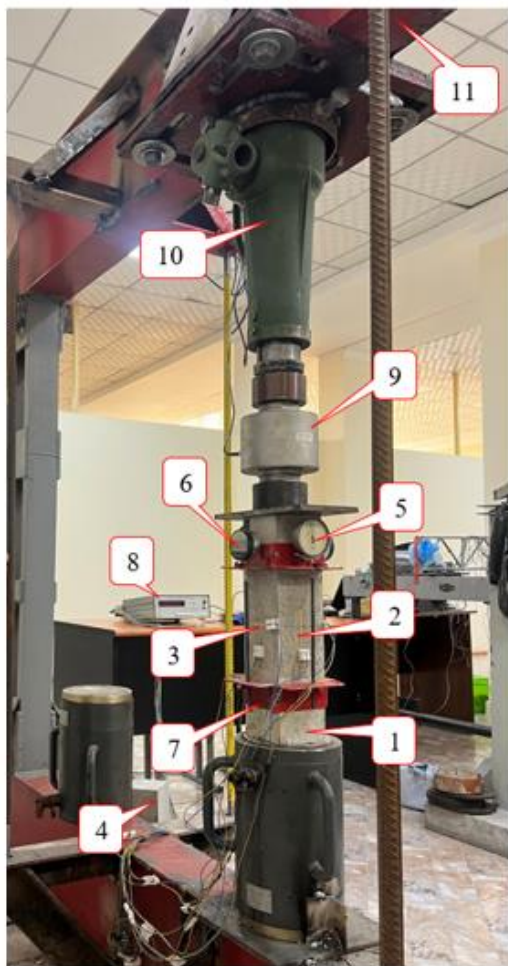
В качестве расчетных диаграмм состояния бетона, определяющих связь между напряжениями и относительными деформациями, используют следующие виды диаграмм бетона: кусочно-линейные (двухлинейные и трехлинейные), криволинейные, в том числе с ниспадающей ветвью, соответствующие поведению бетона. При этом должны быть обозначены основные точки диаграмм (максимальные напряжения и соответствующие деформации, граничные значения и т. д.) [10].

В данной работе реализован наиболее точный подход, основанный на построении фактической криволинейной диаграммы деформирования бетона путём аппроксимации экспериментальных данных. В качестве опытного образца для исследования принята бетонная призма, испытанная в соответствии с требованиями действующих нормативных документов.

Численное моделирование бетонной призмы выполнено с целью анализа её напряжённо-деформированного состояния при осевом сжатии и последующего сопоставления расчётной зависимости «напряжение–деформация» с результатами экспериментальных исследований, полученными при ступенчатом нагружении образцов.

Основной задачей исследования являлись выбор и обоснование расчётной диаграммы деформирования бетона, а также оценка корректности принятой физически нелинейной модели материала при её последующем использовании в численном расчёте натуральных и модельных железобетонных балок.

Стенд для испытания бетонной призмы с указанием приборов и датчиков представлен на рис. 1 [2].



8 - ИДЦ-1 (измеритель деформаций цифровой)



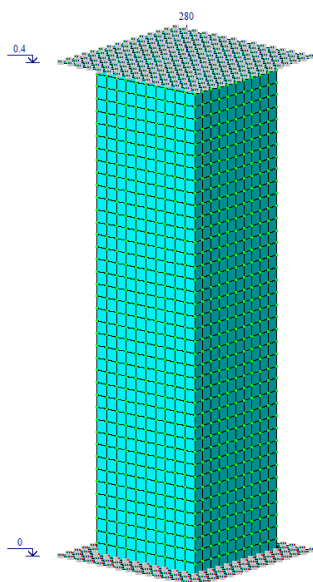
9- электронный динамометр марки ДМС-1000/5-1МГ4



5,6 - механический и электронный измерители деформаций с ценой деления 0.001мм

Рисунок 1 – Стенд для испытания бетонной призмы

Геометрические характеристики и граничные условия бетонной призмы, принятые при численном моделировании с использованием объёмных конечных элементов (КЭ236), представлены на рис. 2.



1. Размер бетонной призмы – 100x100x400 мм.
2. Размеры объёмных конечных элементов – 10x10x10 мм.
3. Общее количество объёмных конечных элементов - 4000.
4. Граничные условия на отметке +0.000 – закрепление по осям X, Y, Z.
5. Граничные условия на отметке +0.400 – закрепление по осям X и Y.
6. На отметках +0.000 и +0.400 в качестве опорных элементов используются металлические пластины толщиной 50 мм.
7. Общая нагрузка, приложенная к бетонной призме в центре опорной пластины, составляет 280 кН.
8. Количество шагов нагружения - 40.

Рисунок 2 – Расчетная модель бетонной призмы

Поскольку прямые испытания бетона на растяжение в рамках настоящей работы не выполнялись, параметры бетона при растяжении принимались расчётным путём на основе известных эмпирических зависимостей [3].

$$R_{bt} = 0.233 \cdot \sqrt[3]{R_b^2} \quad (1)$$

$$R_{bt} = 0.233 \cdot \sqrt[3]{25.13_b^2} = 1,199 \text{ МПа} \quad (2)$$

Параметры кусочно-линейного закона деформирования бетона (закон 14 ПК ЛИРА-САПР 2022), принятые при численном моделировании, представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Параметры кусочно-линейного закона деформирования бетона (закон 14)

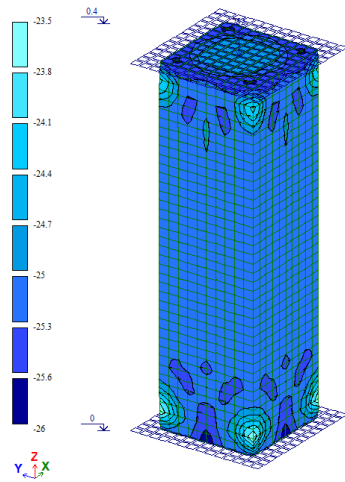
№ (точек)	ε	σ, МПа	№ (точек)	ε	σ, МПа
1	-0.00211	-25.14	15	-0.00056	-11.948
2	-0.00206	-25.114	16	-0.00051	-11.053
3	-0.00171	-24.477	17	-0.00046	-10.128
4	-0.00166	-24.255	18	-0.00041	-9.17
5	-0.00141	-22.685	19	-0.00036	-8.181
6	-0.00131	-21.897	20	-0.00026	-6.103
7	-0.00121	-20.968	21	-0.00016	-3.888
8	-0.00111	-19.889	22	-0.00011	-2.727
9	-0.00101	-18.704	23	0	0
10	-0.00096	-18.082	24	0.000049	1.199
11	-0.00081	-16.057	25	0.0001000	1.999
12	-0.00071	-14.442	26	0.0001500	2.039
13	-0.00066	-13.589			
14	-0.00061	-12.699			

На рисунках 3 и 4 представлены этапы ввода параметров закона деформирования бетона в ПК ЛИРА-САПР и задания шагового нагружения расчётной модели.

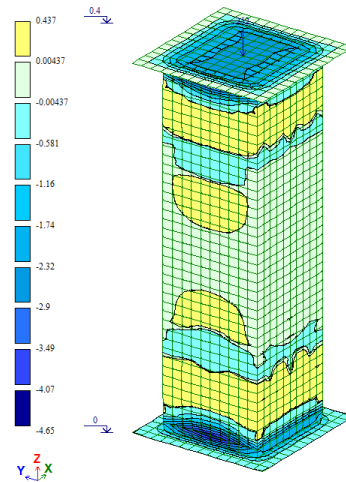


Таблица 2 – Результаты численного моделирования бетонных призм натурной железобетонной балки

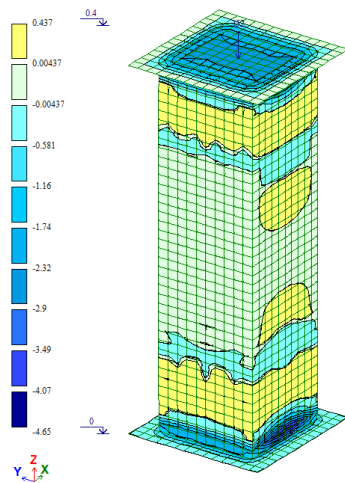
№ (шаг)	Процент прикладываемой нагрузки от заданной величины, %	Величина нагрузки в пределах шага, кН	Абсолютная деформация, мм	Относительная деформация $\varepsilon \cdot 10^{-3}$ ( $l_0=400\text{мм}$ )	Напряжение $\sigma$ , МПа
1	2.5	7	0.0114	2.86E-02	0.70
2	5	14	0.0228	5.71E-02	1.40
3	7.5	21	0.0343	8.57E-02	2.10
4	10	28	0.0457	1.14E-01	2.80
5	12.5	35	0.0578	1.45E-01	3.50
6	15	42	0.0700	1.75E-01	4.20
7	17.5	49	0.0828	2.07E-01	4.90
8	20	56	0.0955	2.39E-01	5.60
9	22.5	63	0.1083	2.71E-01	6.30
10	25	70	0.1219	3.05E-01	7.00
11	27.5	77	0.1354	3.39E-01	7.70
12	30	84	0.1490	3.73E-01	8.40
13	32.5	91	0.1633	4.08E-01	9.10
14	35	98	0.1776	4.44E-01	9.80
15	37.5	105	0.1924	4.81E-01	10.50
16	40	112	0.2076	5.19E-01	11.20
17	42.5	119	0.2233	5.58E-01	11.90
18	45	126	0.2396	5.99E-01	12.60
19	47.5	133	0.2580	6.45E-01	13.30
20	50	140	0.2739	6.85E-01	14.00
21	52.5	147	0.2905	7.26E-01	14.70
22	55	154	0.3078	7.70E-01	15.40
23	57.5	161	0.3254	8.13E-01	16.10
24	60	168	0.3456	8.64E-01	16.80
25	62.5	175	0.3664	9.16E-01	17.50
26	65	182	0.3872	9.68E-01	18.20
27	67.5	189	0.4097	1.02E+00	18.90
28	70	196	0.4333	1.08E+00	19.60
29	72.5	203	0.4572	1.14E+00	20.30
30	75	210	0.4832	1.21E+00	21.00
31	77.5	217	0.5126	1.28E+00	21.70
32	80	224	0.5433	1.36E+00	22.40
33	82.5	231	0.5794	1.45E+00	23.10
34	85	238	0.6237	1.56E+00	23.80
35	87.5	245	0.6696	1.67E+00	24.50
36	90	252	0.7974	1.99E+00	25.20
37	92.5	259	484.3810	1.21E+03	25.90
38	95	266	1432.2200	3.58E+03	26.60
39	97.5	273	2519.2900	6.30E+03	27.30
40	100	280	3623.9600	9.06E+03	28.00



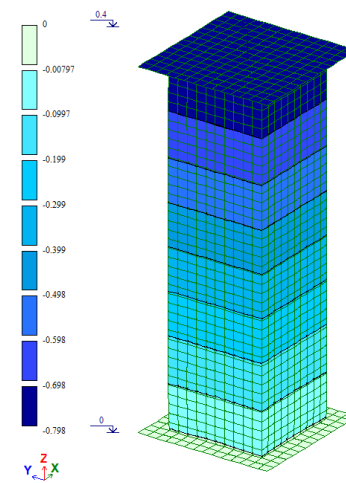
Изополю напряжений бетонных призм  $\sigma_z$  (шаг 36), МПа



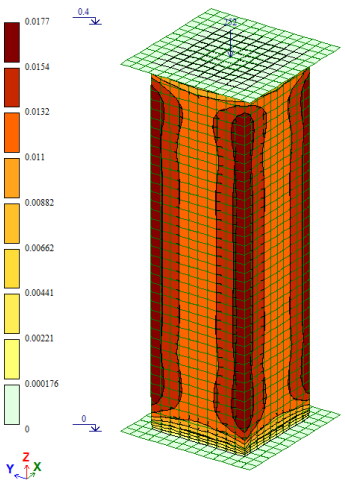
Изополю напряжений  $\sigma_y$  (шаг 36), МПа



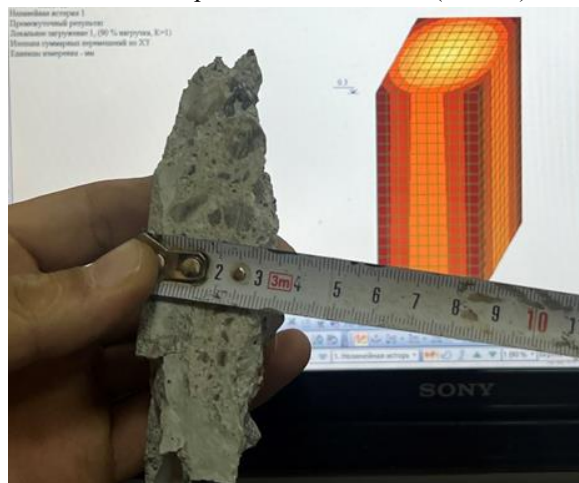
Изополю напряжений  $\sigma_x$  (шаг 36), МПа



Изополю перемещений по оси Z (шаг 36)



Изополю суммарных перемещений по осям X, Y (шаг 36)



Характер разрушения граней призмы по результатам экспериментальных испытаний

Рисунок 5 – Распределение напряжений и деформаций в бетонной призме по результатам численного моделирования в ПК ЛИРА-САПР

На рисунке 4 представлена диаграмма деформирования бетонной призмы при статическом нагружении, включающая экспериментальную кривую, её полиномиальную аппроксимацию, а также кривую, полученную по результатам численного моделирования на основе принятого закона деформирования бетона.

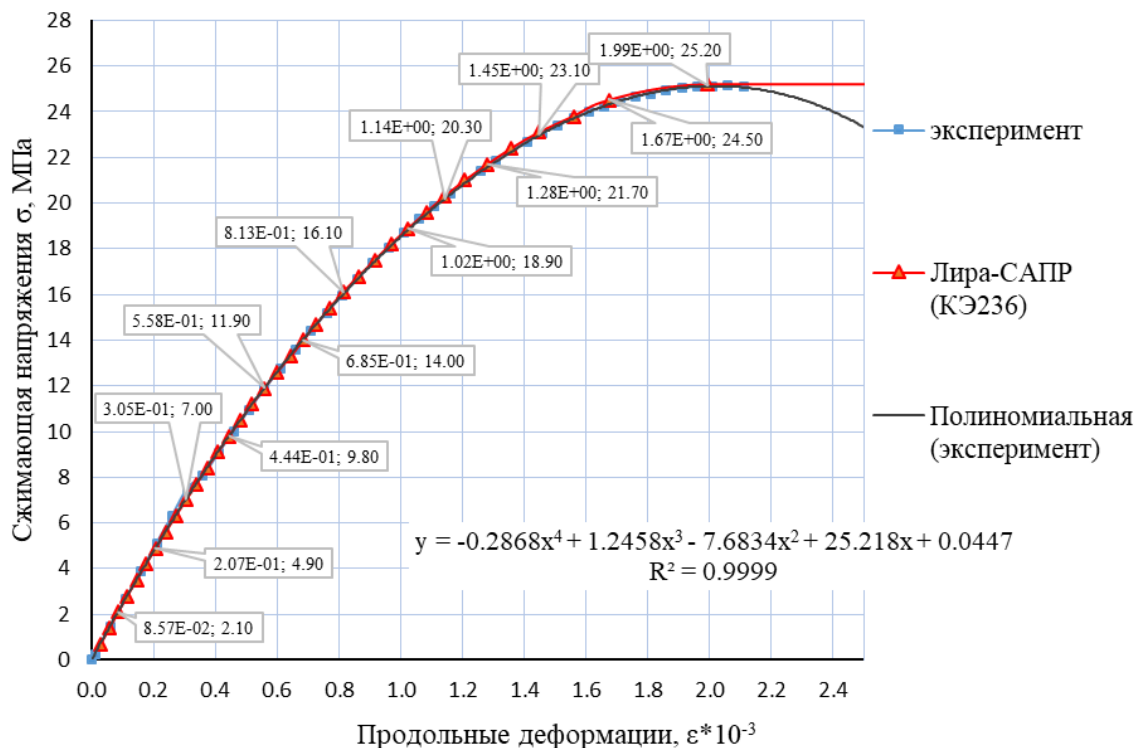


Рисунок 6 – Сопоставление диаграмм деформирования бетонной призмы, полученных экспериментальным и численным методами

## Выводы

1. Предложенная методика определения закона деформирования материала, основанная на полиномиальной аппроксимации экспериментально полученной зависимости «напряжение–деформация», обеспечивает возможность корректного задания параметров физической нелинейности в численных расчётах.

2. Численное исследование бетонной призмы, выполненное с использованием объёмных конечных элементов и заданного закона деформирования бетона, показало удовлетворительное согласование с результатами эксперимента. Это подтверждает корректность принятой модели материала и целесообразность её использования в физически нелинейных расчётах бетонных и железобетонных конструкций.

*Рецензент: Низомов Джаҳонгир Низомович — д.т.н., профессор, член-корр. НАНТД*

## Литература

1. И.К. Каландарбеков, У.М. Махмадиев. Экспериментальное исследование напряжённо-деформированного состояния натуральных железобетонных балок // Сияние науки. Международный научный журнал Высшей аттестационной комиссии при Президенте Республики Таджикистан. – 2025. – № 2 (06). – С. 29–41.
2. Д. Н. Низомов, И. К. Каландарбеков, У. М. Махмадиев [и др.]. Экспериментальные исследования моделей железобетонных балок на основе теории подобия // Доклады Национальной академии наук Таджикистана. – 2025. – Т. 68, № 6. – С. 578-587. – EDN NIUCYS.
3. Байков В.Н., Сигалов Э.Е. Железобетонные конструкции: общий курс: учеб. для вузов. - Москва: Стройиздат, 1991.

4. Блохина Н. С. Проблема учета физической нелинейности при расчете строительных конструкций // Вестник МГСУ. 2011. №6. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/problema-ucheta-fizicheskoy-nelineynosti-pri-raschete-stroitelnyh-konstruktsiy-1> (дата обращения: 15.03.2026).
5. Варвак П.М., Городецкий А.С., Пискунов В.Г. и др. Метод конечных элементов. //К.: Вища школа, 1981.– С.176.
6. Городецкий А. С., Евзеров И. Д. Компьютерные модели конструкций. Киев: Факт, 2005. 343 с.
7. Городецкий А.С. Вопросы расчета конструкций в упругопластической стадии на ЭЦВМ.// ЭЦВМ в строительной механике. –М.: Издательство литературы по строительству, 1966.–С.169–174.
8. Карпунин В.Г. Компьютерное моделирование строительных конструкций в программном комплексе ЛИРА-САПР: учеб. пособие / В.Г. Карпунин. – Екатеринбург: Архитектон, 2018 – 323 с.
9. Круглов В.М. Нелинейные соотношения и критерий прочности бетона с трехосном напряженном состоянии //Строительная механика и расчет сооружений. – 1987.– № 1. – С.40–44.
10. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. – М.: Минстрой России, 2018. – 124 с.
11. Низомов, Д. Н. Экспериментальные исследования железобетонных балок с целью определения коэффициентов подобия / Д. Н. Низомов, И. К. Каландарбеков, У. М. Махмадиев // Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. – 2022. – № 2(58). – С. 167-174. – EDN QICOMZ.

**МАЪЛУМОТ ДАР БОРАИ МУАЛЛИФ – СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ –INFORMATION ABOUT AUTHOR**

TJ	RU	EN
Махмадиев Усмонали Муродалиевич	Махмадиев Усмонали Муродалиевич	Mahmadiev Usmonali Murodalievich
Докторанти PhD	Докторант PhD	PhD student
ДТТ ба номи академик М.С.Осими	ТТУ имени академика М.С. Осими	TTU named after academician M.S. Osimi
E-mail: <a href="mailto:mahmadievu-21061997@mail.ru">mahmadievu-21061997@mail.ru</a>		